

Formulario – Geometria Analitica nello Spazio

1. Punto nello spazio

Un punto nello spazio è individuato da tre coordinate:

$$P(x, y, z)$$

2. Distanza tra due punti

Dati due punti

$$A(x_1, y_1, z_1)$$

$$B(x_2, y_2, z_2)$$

La distanza è

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

3a. Retta nello spazio

La forma parametrica di una retta nello spazio si usa quando conosci:

- un punto della retta
- un vettore direzione

Forma parametrica

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

Significato

- $P_0(x_0, y_0, z_0)$ è un punto della retta
- $v(a, b, c)$ è il vettore direzione
- t è il parametro reale

Parallelismo tra rette

Due rette sono parallele se i **vettori direzione sono proporzionali**.

3b. Retta passante per due punti

Dati due punti

$$A(x_1, y_1, z_1)$$

$$B(x_2, y_2, z_2)$$

Vettore direzione

$$v = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$$

Forma parametrica

$$\begin{cases} x = x_1 + (x_2 - x_1)t \\ y = y_1 + (y_2 - y_1)t \\ z = z_1 + (z_2 - z_1)t \end{cases}$$

Forma cartesiana

(se nessuna componente del vettore direzione è zero)

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$$

4. Piano nello spazio

Forma cartesiana

$$ax + by + cz + d = 0$$

Significato dei coefficienti

- a, b, c sono le componenti del **vettore normale al piano**
 - d è un numero reale
-

5. Retta come intersezione tra due piani

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0 \end{cases}$$

6. Relazioni tra retta e piano

Retta parallela al piano

$$v \cdot n = 0$$

dove

$$v = (a, b, c)$$

è il vettore direzione della retta e

$$n = (a_1, b_1, c_1)$$

è il vettore normale del piano.

Prodotto scalare tra due vettori

Se i vettori sono **perpendicolari**, allora

$$aa_1 + bb_1 + cc_1 = 0$$

dove

$$v = (a, b, c)$$

$$n = (a_1, b_1, c_1)$$

Retta perpendicolare a un piano

La retta è **perpendicolare al piano** se

$$v \parallel n$$

cioè i vettori sono **proporzionali**.

7. Distanza tra punto e piano

Piano

$$ax + by + cz + d = 0$$

Punto

$$P(x_0, y_0, z_0)$$

Formula

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

8. Sfera

Forma canonica

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2$$

Centro

$$C(x_0, y_0, z_0)$$

Raggio

$$r$$

Forma generale

$$x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0$$

Centro

$$C\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}, -\frac{c}{2}\right)$$

Raggio

$$r = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{4} - d}$$

